

**Neubestimmung der Halbwertszeit  
des  $^{87}\text{Rubidiums}$  durch Vergleich von Messungen  
an den getrennten Isotopen  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$**

WALTER NEUMANN und E. HUSTER

Institut für Kernphysik, Universität Münster

(Z. Naturforsch. 27 a, 862–863 [1972]; eingegangen am 11. März 1972)

*Redetermination of the Half-life of  $^{87}\text{Rb}$  by Comparison  
of the Separated Isotopes  $^{85}\text{Rb}$  and  $^{87}\text{Rb}$*

Because of the discrepancies between different determinations of the half-life  $T$  of  $^{87}\text{Rb}$  and the importance of  $T$  for measuring geological ages we decided to compare the separated isotopes. All experimental errors are the same in both cases, and the difference of the counting rates has to be attributed to  $^{87}\text{Rb}$ . In this manner we got  $T = (4.88 \pm 0.10) \cdot 10^{10} \text{ y}$ .

Eine genaue Kenntnis der Halbwertszeit  $T$  (HWZ) des  $^{87}\text{Rb}$  ist wichtig für die geologische Altersbestimmung nach der Rb/Sr-Methode. Die Bestimmung ist jedoch schwierig wegen des hohen Anteils energieärmer Elektronen im Spektrum des dreifach verbotenen Überganges und der hohen HWZ. Eine größere Zahl von Messungen im  $4\pi$ -Zählrohr seit 1948 ergab Werte von  $T$  zwischen 5,8 und  $6.5 \cdot 10^{10} \text{ a}$ , doch wies einer von uns (H.) 1954 darauf hin, daß die gemessenen spezifischen Aktivitäten, aus denen diese gut übereinstimmen den HWZ abgeleitet waren, von  $N = 22,8$  bis  $49,6 \beta/\text{min. mg RbCl}$  streuten, also um mehr als den Faktor 2<sup>1</sup>. Die bis dahin vorliegenden Ergebnisse sind in der Dissertation von Frau Geese-Bähnisch zusammengestellt<sup>1</sup>. Auch wurde dort darauf hingewiesen, daß der Meßwert von Frau KEMMERICH<sup>2</sup> mit  $T = 6.0 \cdot 10^{10} \text{ a}$  bei der Annahme, daß  $^{87}\text{Rb}$  direkt auf den Grundzustand des  $^{87}\text{Sr}$  zerfällt, auf  $T = 4.0 \cdot 10^{10} \text{ a}$  zu korrigieren ist.

GEESE-BÄHNISCH und HUSTER<sup>1</sup> schlossen aus ihren eigenen Messungen auf  $T = (4.3 \pm 0.3) \cdot 10^{10} \text{ a}$ , doch war die Auswertung noch mit einer beträchtlichen Unsicherheit bei der Extrapolation der Zählrate auf Präparat- und Unterlagendicke Null behaftet. Wie in<sup>1</sup> gezeigt wurde, müssen die Unterlagen durch Metallbedämpfung so gut leitend gemacht werden, daß die Aufladung der Folie durch die Zählrohrentladung bis zum nächsten Zählstoß wieder abgeflossen ist.

Seitdem ist es gelungen, erheblich dünneren großflächigen Folien ausreichender Leitfähigkeit herzustellen (siehe z. B. <sup>3,4</sup>). Doch haben weitere Untersuchungen gezeigt, daß nicht ausreichende Leitfähigkeit (auch auf nur einer Folienteil) nicht nur zu den in<sup>1</sup> erwähnten Zählverlusten, sondern auch zu erhöhten Zählraten führen kann<sup>5</sup>.

Sonderdruckanforderungen an Prof. Dr. E. HUSTER, Institut für Kernphysik, Westf. Wilhelms-Universität, D-4400 Münster (Westf.), Tibusstraße 7–15.

<sup>1</sup> I. GEESE-BÄHNISCH u. E. HUSTER, Naturwiss. **41**, 495 [1954]. — I. GEESE-BÄHNISCH, Z. Physik **142**, 565 [1955].

<sup>2</sup> M. KEMMERICH, Z. Physik **126**, 399 [1949].

<sup>3</sup> E. HUSTER u. W. RAUSCH, Nucl. Instrum. **3**, 213 [1958]; **6**, 217 [1960].

Inzwischen haben Messungen in  $4\pi$ -Geometrie (jeweils in  $10^{10} \text{ a}$ ) mit Zählrohren Werte von  $4.7^6$  (korrigiert für den K-Gehalt des RbCl: 4,6) und  $5.25^7$ , mit flüssigen Szintillatoren ebenfalls Werte bei  $4.7^8,9$ , aber auch  $5.22^{10}$ , und eine Bestimmung des innerhalb von 7 Jahren in einem RbCl-Kristall neu gebildeten  $^{87}\text{Sr}$ <sup>11</sup> 4,7 ergeben. Messungen mit festen Szintillatoren dagegen ergaben höhere Werte<sup>12–14</sup>, die z. Tl. wieder recht nahe bei dem alten „Standard-Wert“ von  $6 \cdot 10^{10} \text{ a}$  liegen<sup>12,14</sup>.

Wir haben angesichts dieser Widersprüche die HWZ im  $4\pi$ -Proportionalzähler nochmals bestimmt, und zwar mit den *getrennten Isotopen*  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{85}\text{Rb}$ . Die Fehlerquellen sollten in beiden Fällen übereinstimmen, und die Differenzen zwischen beiden Meßreihen sollten allein von der  $\beta$ -Strahlung des  $^{87}\text{Rb}$  herrühren.

Das Zählrohr (14 cm  $\varnothing$ , 43 cm lang) war mit einem Kranz von Antikoinzidenzrohren und mit 20 cm Eisen abgeschirmt. Samt der zugehörigen Elektronik war es in einer Meßkabine (aus Eisenblech) mit Hochfrequenzsperrfilter aufgestellt. Als Präparatunterlagen dienten Mowital-Folien mit einer freitragenden Fläche von  $72 \text{ cm}^2$  und einer mittleren Massenbelegung ab  $2,5 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ . Die Folien wurden beidseitig mit Au-20% Pd (s. Ref. <sup>4</sup>) bedämpft. Der Flächenwiderstand wurde während des Aufdampfens nach<sup>15</sup> verfolgt. Die erforderliche Metallbelegung war 6 bis  $9 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ . Die Leitfähigkeit dieser Schichten änderte sich auch über Monate kaum, auch nicht nach Bedämpfung mit RbCl.

Gemessen wurde an RbCl-Schichten von  $135 \text{ cm}^2$  mit natürlichem Rb-Isotopenverhältnis, mit  $^{87}\text{Rb}$  (99,20%) und mit  $^{85}\text{Rb}$  (99,54%) bei Massenbelegungen zwischen 2,5 und  $500 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ . Die Messungen mit  $^{85}\text{Rb}$  zeigten, daß die RbCl-Schichten die Zählrate (Nulleffekt) im Energiebereich oberhalb 200 eV nicht beeinflußten. Unterhalb 200 eV wurde ein Anstieg mit der Zeit beobachtet, der nach Spülen mit frischem Zählgas wieder verschwand.

Die Differenz der Zählraten von Präparaten mit  $^{87}\text{Rb}$  und mit  $^{85}\text{Rb}$  (oder Nulleffekt) muß deshalb oberhalb 200 eV der  $\beta$ -Aktivität des  $^{87}\text{Rb}$  zugeschrieben werden. Unterhalb 200 eV wurde linear auf die Energie Null extrapoliert. Die so erhaltenen spezifischen Aktivitäten wurden dann auf die Gesamtschichtdicke Null extrapoliert, wobei sich als HWZ des  $^{87}\text{Rb}$

$$T = (4.88 \pm 0.10) \cdot 10^{10} \text{ a}$$

ergab.

Die Messungen und ihre Ergebnisse sollen in einer späteren Veröffentlichung ausführlicher dargestellt und diskutiert werden.

Dem Landesamt für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen danken wir für materielle Unterstützung der Arbeit.

<sup>4</sup> G. C. LOWENTHAL u. A. M. SMITH, Nucl. Instrum. Meth. **30**, 363 [1964].

<sup>5</sup> I. ARENS, Diplomarbeit, Münster 1965. — W. NEUMANN, Diplomarbeit, Münster 1971 (Publikation vorgesehen).

<sup>6</sup> W. RAUSCH, Dissertation, Marburg 1960. — E. HUSTER, W. RAUSCH u. W. SCHMIDT, Physik. Verhandl. **11**, 66 [1960].

<sup>7</sup> A. McNAIR u. H. W. WILSON, Phil. Mag. **6**, 563 [1961].

- <sup>8</sup> K. F. FLYNN u. L. E. GLENDEIN, Phys. Rev. **116**, 744 [1959].  
<sup>9</sup> A. KOVÁCH, Acta Phys. Acad. Sci. Hung. **17**, 341 [1964].  
<sup>10</sup> G. A. BRINKMAN, A. H. W. ATEN JR. u. J. TH. VEENBOER, Physica **31**, 1305 [1965].  
<sup>11</sup> C. C. McMULLEN, K. FRITZE u. R. H. TOMLINSON, Can. J. Phys. **44**, 3033 [1966].  
<sup>12</sup> K. EGELKRAUT u. H. LEUTZ, Z. Physik **161**, 13 [1961].  
<sup>13</sup> G. B. BEARD u. W. H. KELLY, Nucl. Phys. **28**, 570 [1961].  
<sup>14</sup> H. LEUTZ, H. WENNINGER u. K. ZIEGLER, Z. Physik **169**, 409 [1962].  
<sup>15</sup> E. HUSTER, W. RAUSCH u. J. SCHMAND, Z. Naturforsch. **19a**, 1126 [1964].

## On the Exchange Part of the Single-Particle Spin-Orbit Potential Following from the Nucleon-Nucleon Spin-Orbit Interaction

R. PENZEL and W. STOCKER

Sektion Physik der Universität München, Germany  
(Z. Naturforsch. **27a**, 863–864 [1972]; received 29 March 1972)

The exchange part of the single-particle spin-orbit potential following from a two-body spin-orbit potential is calculated. Scheerbaum's approximation of setting the exchange part equal to the direct part is investigated.

The single-particle (s.p.) spin-orbit (s.o.) potential resulting from the short-range two-particle (t.p.) s.o. potential is not expected to be essentially influenced by curvature effects<sup>1</sup>. Thus its form can be derived by using the simple model of the one-dimensional nucleus with its plane surface.

The direct part  $V_D$  of the s.p.s.o. potential can easily be calculated using the standard methods:

$$V_D = \sum_{j=1}^{\infty} M_j n^{(2j-1)}(z) (\sigma_x k_y - \sigma_y k_x). \quad (1)$$

$M_j$  are the moments of the nucleon-nucleon s.o. potential,  $n$  is the nuclear density,  $\mathbf{k}$  the wave vector. The operator  $(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$  is the equivalent of the operator  $-(\mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma})/r$  in the case of a spherical nucleus.

SCHEERBAUM<sup>2</sup> has given arguments favoring the approximation to set the exchange part  $V_E$  equal to  $V_D$ . In the present paper the exchange contribution  $V_E$  is calculated for the system of semi-infinite nuclear matter. Scheerbaum's first approximation — used also elsewhere, e.g. in<sup>3</sup> — is verified; the higher order corrections are given in a closed form.

The s.p. wave function in the semi-infinite medium is denoted by its quantum numbers  $\mathbf{k}$  (the wave number),  $\varkappa = \pm 1$  (the spin orientation), and  $t_3$  (the isospin). Introducing the standard normalizing volume  $\Omega$  (see e.g. Ref.<sup>4</sup>) the spatial part of the s.p. wave function in the semi-infinite nuclear system is given by

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \left(\frac{4}{\Omega}\right)^{1/2} \varphi_{k_z}(z) e^{i(k_x z + k_y y)}. \quad (2)$$

The appropriate spin functions are given in Ref.<sup>5</sup>.

Reprint requests to Dr. W. STOCKER, Sektion Physik der Universität München, D-8000 München 13, Schellingstraße 2–8/III.

The diagonal matrix element of the s.p.s.o. potential is defined by

$$\langle \mathbf{k} \times t_3 | V | \mathbf{k} \times t_3 \rangle = \langle \mathbf{k} \times t_3 | V_D + V_E | \mathbf{k} \times t_3 \rangle \quad (3)$$

with

$$\langle \mathbf{k} \times t_3 | V_D | \mathbf{k} \times t_3 \rangle = \sum_{\mathbf{k}', \varkappa', t'_3} \langle \mathbf{k} \times t_3; \mathbf{k}' \times' t'_3 | V_{12} | \mathbf{k} \times t_3; \mathbf{k}' \times' t'_3 \rangle, \quad (3a)$$

$$\langle \mathbf{k} \times t_3 | V_E | \mathbf{k} \times t_3 \rangle = - \sum_{\mathbf{k}', \varkappa', t'_3} \langle \mathbf{k} \times t_3; \mathbf{k}' \times' t'_3 | V_{12} | \mathbf{k}' \times' t'_3; \mathbf{k} \times t_3 \rangle, \quad (3b)$$

$$V_{12} = (V_{12}^{3+} P^{3+} + V_{12}^{3-} P^{3-}) \mathbf{l} \cdot \mathbf{S}.$$

$V^{3+}$  and  $V^{3-}$  are the spatial parts of the s.o. potential for the corresponding t.p. states; the operators  $P^{3+}$  and  $P^{3-}$  are the respective projection operators. Carrying out the isospin summation in the exchange part (3b) corresponds in the usual way to the replacement

$$\sum_{t'_3} \langle t_3 t'_3 | V_{12}^{3+} P^{3+} + V_{12}^{3-} P^{3-} | t'_3 t_3 \rangle = \langle t_3 | 4 J_E | t_3 \rangle,$$

$$4 J_E = \frac{3}{2} V_{12}^{3-} - \frac{1}{2} V_{12}^{3+}. \quad (4)$$

After the spin summation in Eq. (3b), the exchange part  $V_E$  has the following form

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{k} \times t_3 | V_E | \mathbf{k} \times t_3 \rangle &= -2 \langle \varkappa | \sigma | \varkappa \rangle \cdot \\ &\cdot \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_{\vartheta} d^3 \mathbf{k}' \int \int d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2 \psi_k^*(\mathbf{r}_1) \psi_{k'}^*(\mathbf{r}_2) \\ &\quad J_E(r_{12}) (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \frac{1}{i} (\nabla_1 - \nabla_2) \psi_{k'}(\mathbf{r}_1) \psi_k(\mathbf{r}_2), \end{aligned} \quad (5)$$

$\vartheta$  being the Fermi hemisphere domain of integration. The  $z$ -component of the spatial part of expression (5) is of no relevance since the  $z$ -component of the spin part vanishes. With the mixed density<sup>6</sup>,

$$\begin{aligned} n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= n(z_1, z_2, \sqrt{x^2 + y^2}) \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^k dk_z \varphi_{k_z}(z_1) \varphi_{k_z}(z_2) (k_F^2 - k_z^2) \frac{2J_1(t)}{t}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$t = \sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{k_F^2 - k_z^2}, \quad x = x_1 - x_2, \\ r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|,$$

the spatial part of Eq. (5) is evaluated explicitly

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{k} \times t_3 | V_E | \mathbf{k} \times t_3 \rangle &= (16/\Omega) \langle \varkappa | \sigma | \varkappa \rangle \cdot \\ &\cdot \iint d^3 \mathbf{r}_1 dx dy dz_2 J_E(r) \varphi_{k_z}(z_1) \begin{pmatrix} y \cdot \sin k_y y \cdot \cos k_x x \\ -x \cdot \sin k_x x \cdot \cos k_y y \end{pmatrix} \\ &\quad \varphi_{k_z}(z_2) \frac{\partial}{\partial z_1} n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \end{aligned} \quad (7)$$

In order to derive a manageable expression from Eq. (7) for the exchange part of the s.p.s.o. potential the term

$$\varphi_{kz}(z_2) \frac{\partial}{\partial z_1} n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$$

is expanded up to the second order by using the Taylor series of the wave function  $\varphi_{kz}(z_2)$  about the point  $z_1$  and the series expansion of the mixed density according to formula (6). Specialising  $J^E(r_{12})$  to the Gaussian form  $J^E(r) = A \exp\{-\alpha^2 r^2\}$  we obtain for the diagonal part of (7) after some elementary integrations the following expression:

$$V_E = \frac{\pi^{3/2} A}{\alpha^5} \exp\{-(k_x^2 + k_y^2)/(4 \alpha^2)\} \\ \left[ n'(z) + h_1(z) + \frac{k_x^2 + k_y^2}{4 \alpha^2} h_2(z) + \frac{1}{4 \alpha^2} \frac{\partial}{\partial z} n'(z) \frac{\partial}{\partial z} \right] \\ (\sigma_x k_y - \sigma_y k_x). \quad (8)$$

The functions  $h_j(z)$  vanish in the inner part of semi-infinite nuclear matter. They are defined by

$$h_1(z) = \frac{1}{\pi^2 \alpha^2} \left[ - \int_0^{k_F} \varphi_{kz}(z) \varphi'_{kz}(z) (k_F^2 - k_z^2)^2 dk_z \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \int_0^{k_F} \varphi'_{kz}(z) \varphi''_{kz}(z) (k_F^2 - k_z^2)^2 dk_z \right] \\ h_2(z) = \frac{1}{2 \pi^2 \alpha^2} \int_0^{k_F} \varphi_{kz}(z) \varphi'_{kz}(z) (k_F^2 - k_z^2)^2 dk_z.$$

<sup>1</sup> W. STOCKER, Phys. Letters **35 B**, 472 [1971].

<sup>2</sup> R. R. SCHEERBAUM, Thesis, Cornell University [1969], unpublished.

<sup>3</sup> W. G. LOVE, Phys. Letters **35 B**, 371 [1971].

The second order terms contained in Eq. (8) are of the order  $k_F^2/(4 \alpha^2)$  relative to the first order approximation given by the leading term of Eq. (8), which is simply proportional to  $n'(z)$ .

Formula (8) can be conveyed to spherical nuclei for a calculation of the exchange contribution to the s.o. splittings. The functions  $g_j(z)$  may be calculated for the semi-infinite system by using e. g. the conventional linear s.p. potential to generate the wave functions  $\varphi_{kz}(z)$ . Then we may proceede to finite spherical nuclei by making the appropriate replacements

$$z \rightarrow r, \quad (k_x^2 + k_y^2)/(4 \alpha^2) \rightarrow \mathbf{l}^2/(4 \alpha^2 r^2), \\ \sigma_x k_y - \sigma_y k_x \rightarrow -\mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}/r.$$

Thus, for spherical nuclei the exchange part  $V_E^S$  of the s.p.s.o. potential is given by

$$V_E^S = - \frac{\pi^{3/2} A}{\alpha^5} \exp\{-\mathbf{l}^2/(4 \alpha^2 r^2)\} \frac{1}{r} \left[ n'(r) + g_1(r) + \frac{\mathbf{l}^2}{4 \alpha^2 r^2} g_2(r) + \frac{1}{4 \alpha^2} \frac{\partial}{\partial r} n'(r) \frac{\partial}{\partial r} \right] \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (9)$$

For the calculation of the s.o. splittings the diagonal matrixelement of  $V_E$  between oscillator wave functions has to be taken. The operator  $\mathbf{l}^2$  can then be replaced by the number  $l(l+1)$ .

If the  $3^+$  part of the t.p.s.o. potential may be neglected the exchange part  $V_E$  equals in first inhomogeneity order the direct part  $V_D$ .

<sup>4</sup> F. TABAKIN and K. AMOS, Nucl. Phys. **A 100**, 574 [1967].

<sup>5</sup> W. STOCKER, Nucl. Phys. **A 140**, 305 [1970].

<sup>6</sup> P. J. SIEMENS, Phys. Rev. C **1**, 98 [1970].